Plak asseblief die strepieskode-etiket hier	PUNTE-TOTAAL

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT-EKSAMEN
NOVEMBER 2024

WISKUNDE: VRAESTEL II

EKSAMENNOMMER

Tyd: 3 uur 150 punte

LEES ASSEBLIEF DIE VOLGENDE INSTRUKSIES NOUKEURIG

1. Hierdie vraestel bestaan uit 31 bladsye en 'n Inligtingsblad van 2 bladsye (i–ii). Maak asseblief seker dat jou vraestel volledig is.
2. Lees die vrae noukeurig.
3. **Beantwoord AL die vrae op die vraestel en ndien dit aan die einde van die eksamen in. Onthou om jou eksamennommer in die spasie wat op die vraestel voorsien is, te skryf.**
4. Diagramme is nie noodwendig op skaal geteken nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde nieprogrammeerbare en niegrafiese sakrekenaar gebruik, tensy anders vermeld.
6. Maak seker dat jou sakrekenaar in **GRAAD**modus is.
7. Toon duidelik **ALLE** berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal. **Antwoorde alleen sal NIE noodwendig volpunte verdien nie.**
8. Rond af tot **TWEE DESIMALE PLEKKE**, tensy anders vermeld.
9. Dit is in jou eie belang om leesbaar te skryf en jou werk netjies aan te bied.
10. Een blanko bladsy (bladsy 30) en ekstra grafieke (bladsy 31) word aan die einde van die vraestel ingesluit. Indien jy te min spasie vir 'n vraag het gebruik hierdie bladsy. Dui die nommer van jou antwoord duidelik aan indien jy hierdie ekstra spasie gebruik.

SLEGS VIR KANTOORGEBRUIK: NASIENER MOET PUNTE INSKRYF

V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12	V13	V14	TOTAAL
12	13	13	8	15	9	11	9	14	5	8	14	8	11	150

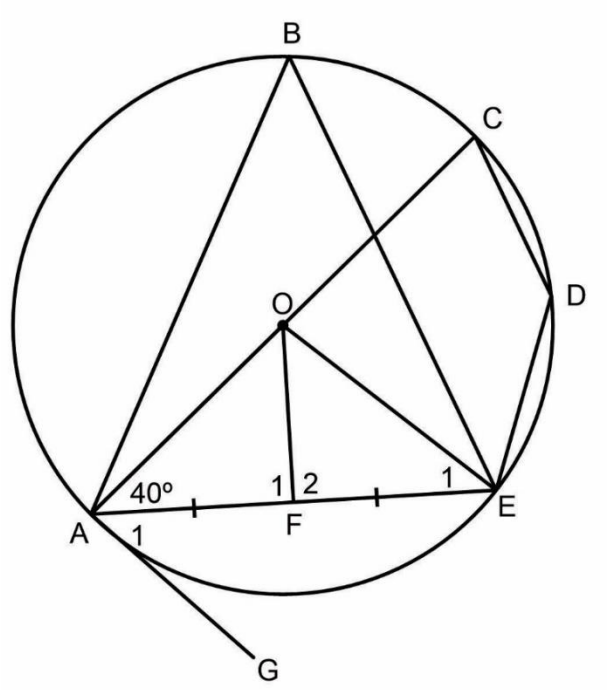
IEB Copyright © 2024

AFDELING A

VRAAG 1

(a) In die diagram:

- O is die middelpunt van die sirkel ABCDE.
- AF = FE.
- AG is 'n raaklyn aan die sirkel by A.
- $O\hat{A}E = 40°$.



Voltooi die tabel deur die toepaslike rede vir die gegewe bewerings in te vul in die volgorde wat hieronder gegee word.

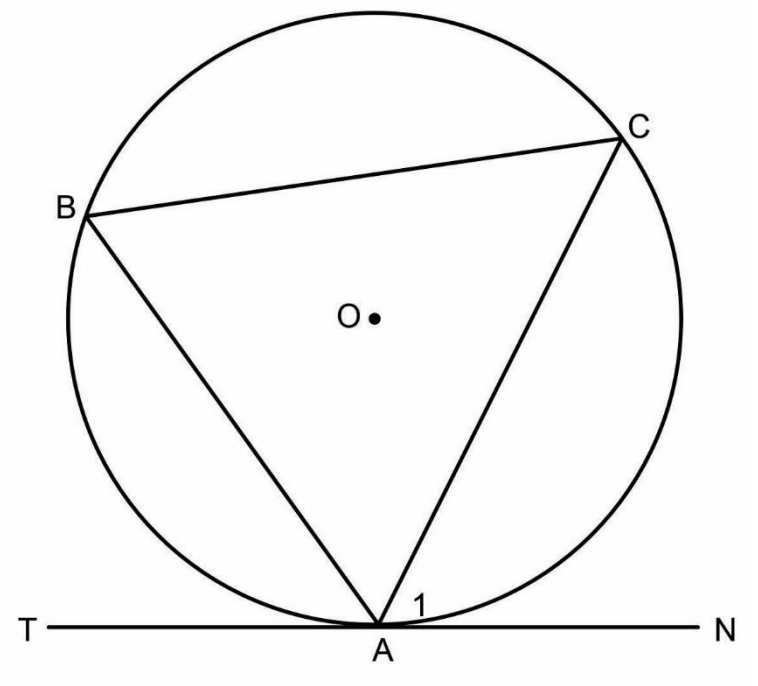
Bewering	Rede
OA = OE	
$\hat{E}_1 = 40°$	
$\hat{D} = 140°$	
$\hat{F}_1 = 90°$	
$\hat{A}_1 = 50°$	
$\hat{B} = 50°$	
$A\hat{O}E = 100°$	

(7)

IEB Copyright © 2024

(b) Gebruik die diagram hier onder om die stelling te bewys wat lui:

"Die skerphoek wat deur 'n koord en 'n raaklyn by die kontakpunt gevorm word, is gelyk aan die hoek in die teenoorstaande segment."



Te bewys: $\hat{A}_1 = \hat{B}$

Konstruksie:_____

Bewys:

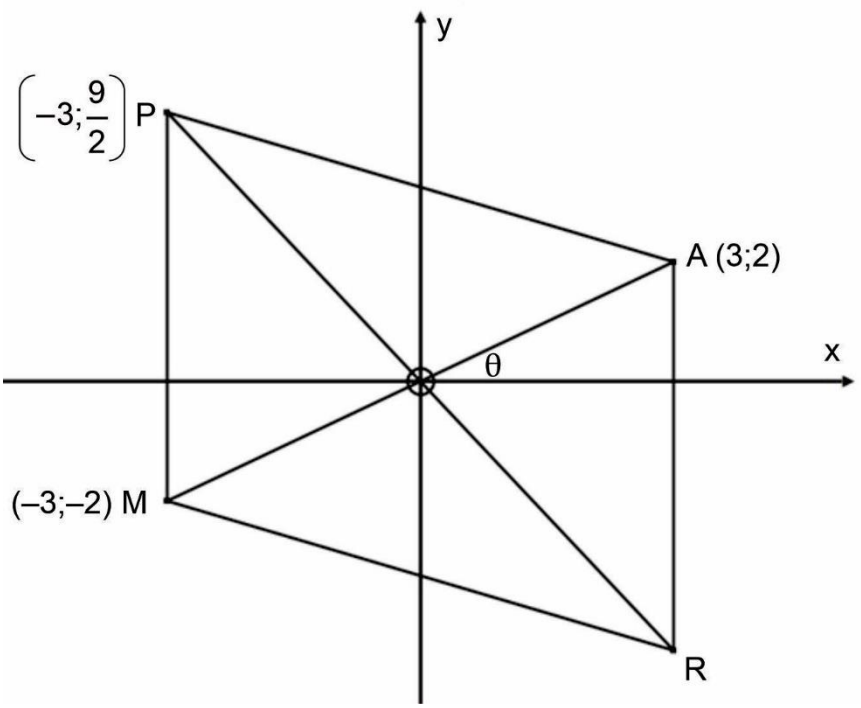
(5)
[12]

IEB Copyright © 2024

VRAAG 2

In die diagram:

- PARM is 'n parallelogram met $P\left(-3;\frac{9}{2}\right)$, $A(3;2)$ en $M(-3;-2)$.
- Die hoeklyne van die parallelogram sny by die oorsprong.
- θ is die hellingshoek van lyn AM.



(a) Bepaal die koördinate van R.

(2)

(b) Bepaal die afstand AM in die eenvoudigste wortelvorm.

(2)

IEB Copyright © 2024

(c) Bepaal die grootte van θ.

(3)

(d) Bepaal die vergelyking van die lyn parallel aan AM wat deur P gaan in die vorm $y = mx + c$.

(3)

(e) Bewys dat PARM 'n ruit is. 'n Toepaslike rede moet in die gevolgtrekking gegee word.

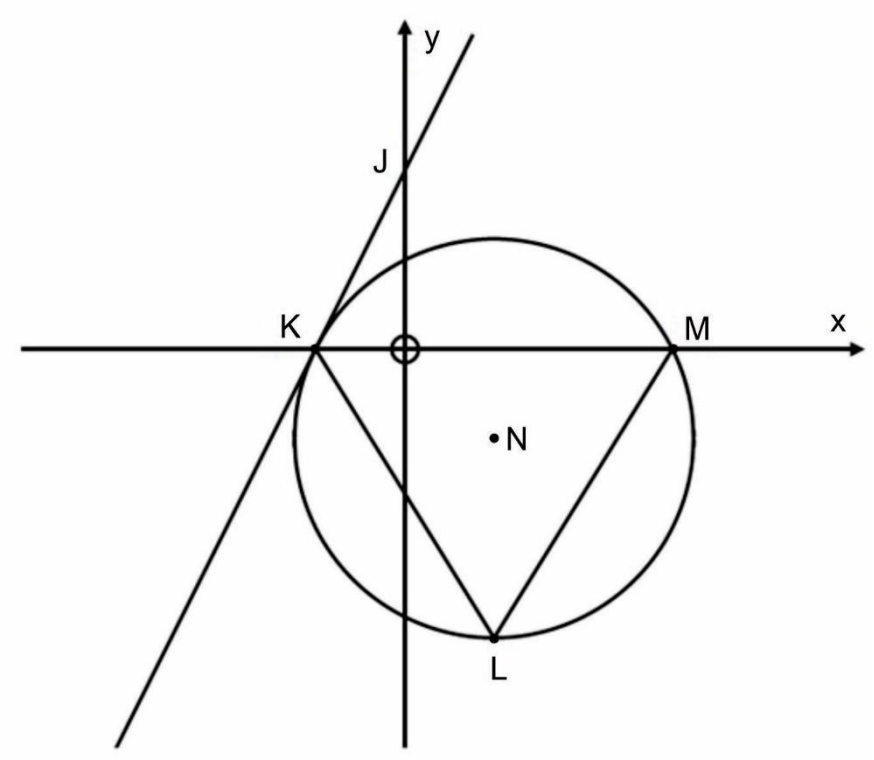
(3)
[13]

IEB Copyright © 2024

VRAAG 3

Gegee:

- Sirkel met middelpunt N.
- Die vergelyking van die sirkel is $x^2 - 2x + y^2 + 2y - 3 = 0$.
- JK is 'n raaklyn by K.



(a) Bepaal die middelpunt en die radiuslengte van sirkel N.

(3)

IEB Copyright © 2024

(b) Bepaal die koördinate van K.

(4)

(c) Bepaal die vergelyking van die raaklyn JK.

(3)

(d) Bepaal die grootte van $K\hat{L}M$. 'n Relevante rede moet gegee word.

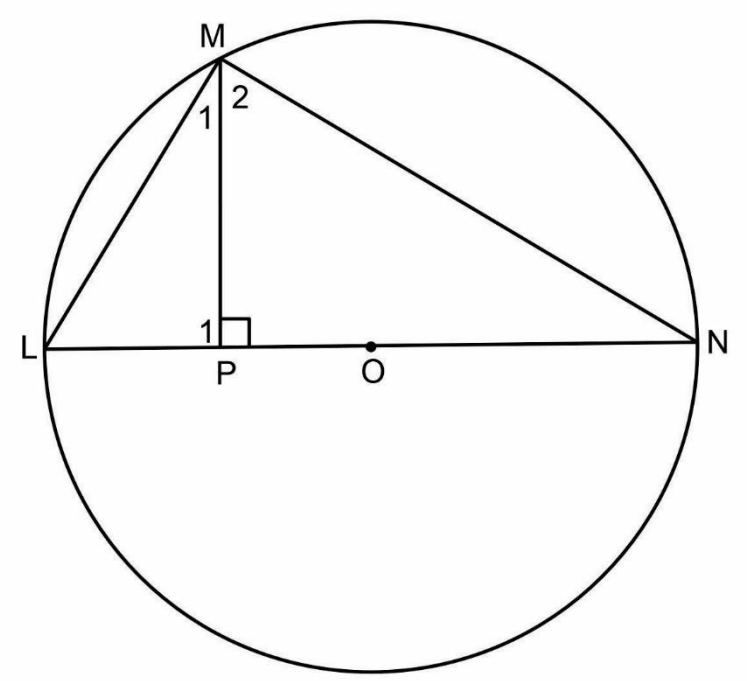
(3)
[13]

IEB Copyright © 2024

VRAAG 4

Die sirkel met middelpunt O word gegee met:

- Middellyn 8 eenhede.
- LM = 4 eenhede.
- $LN \perp MP$.



Gee alle relevante redes met jou bewerings.

(a) Bepaal: $\hat{M}$

(2)

(b) Bewys: $\Delta LMN \,|||\, \Delta LPM$

(3)

IEB Copyright © 2024

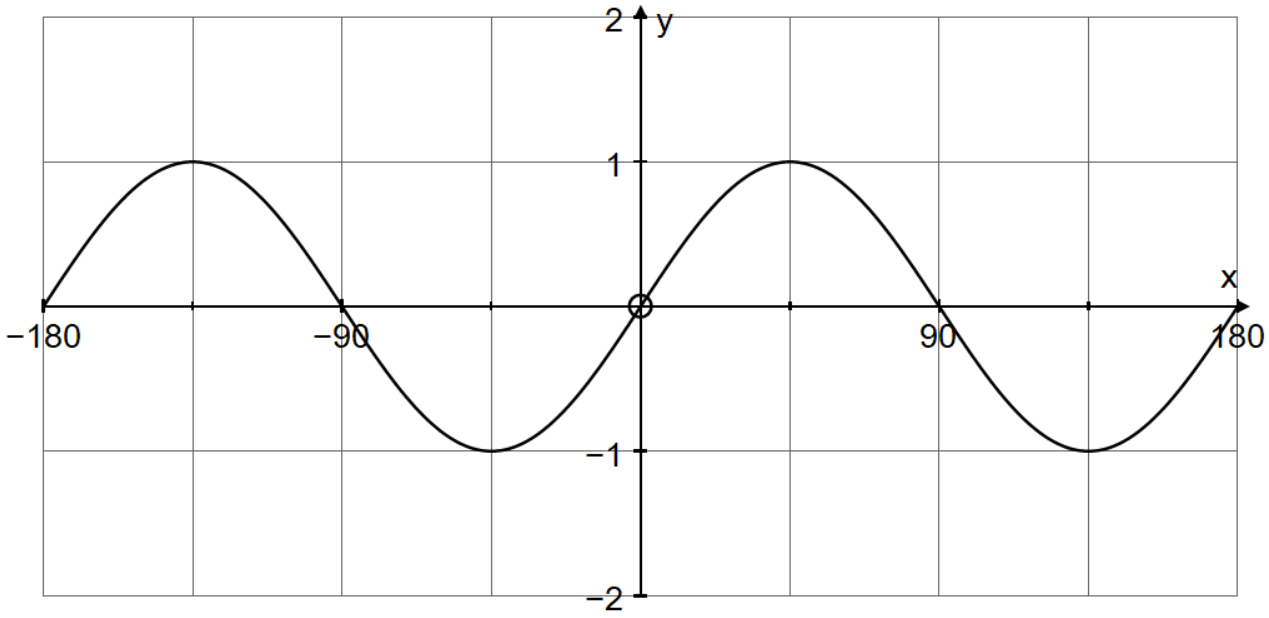
(c) Bepaal: LP

(3)
[8]

IEB Copyright © 2024

VRAAG 5

Die grafiek van $f(x) = \sin bx$ word geskets vir $x \in [-180°; 180°]$.



(a) Bepaal die waarde van b.

(1)

(b) Gee die periode van f.

(1)

(c) Skets die grafiek van $g(x) = -2\cos x$ op **dieselfde assestelsel** as f. (3)

(d) Gee die amplitude van g.

(1)

(e) Gee die algemene oplossing vir $f(x) = g(x)$.

(2)

IEB Copyright © 2024

(f) Indien $x \in [-180°; 180°]$, bepaal die waardes vir x waar:

(1) $f(x) \geq g(x)$

(1)

(2) $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$

(2)

(3) $g'(x) > 0$

(2)

(g) Indien g 2 eenhede op en 45° na regs geskuif word, skryf die nuwe vergelyking vir g in die vorm y = ... neer.

(2)
[15]

VRAAG 6

(a) Gegee: $\sin 40° = \frac{p}{4}$

Bepaal die waardes van die volgende in terme van p:

(1) $\sin 50°.\cos 10° - \cos 50°.\sin 10°$

(2)

(2) $\cos^2 20° - \sin^2 20°$

(3)

(3) $\tan 50°$

(1)

IEB Copyright © 2024

(b) In ΔABC:

- AB = 10 eenhede.
- BC = 12 eenhede.
- $A\hat{B}C = 60°$.

Bepaal die lengte van AC.

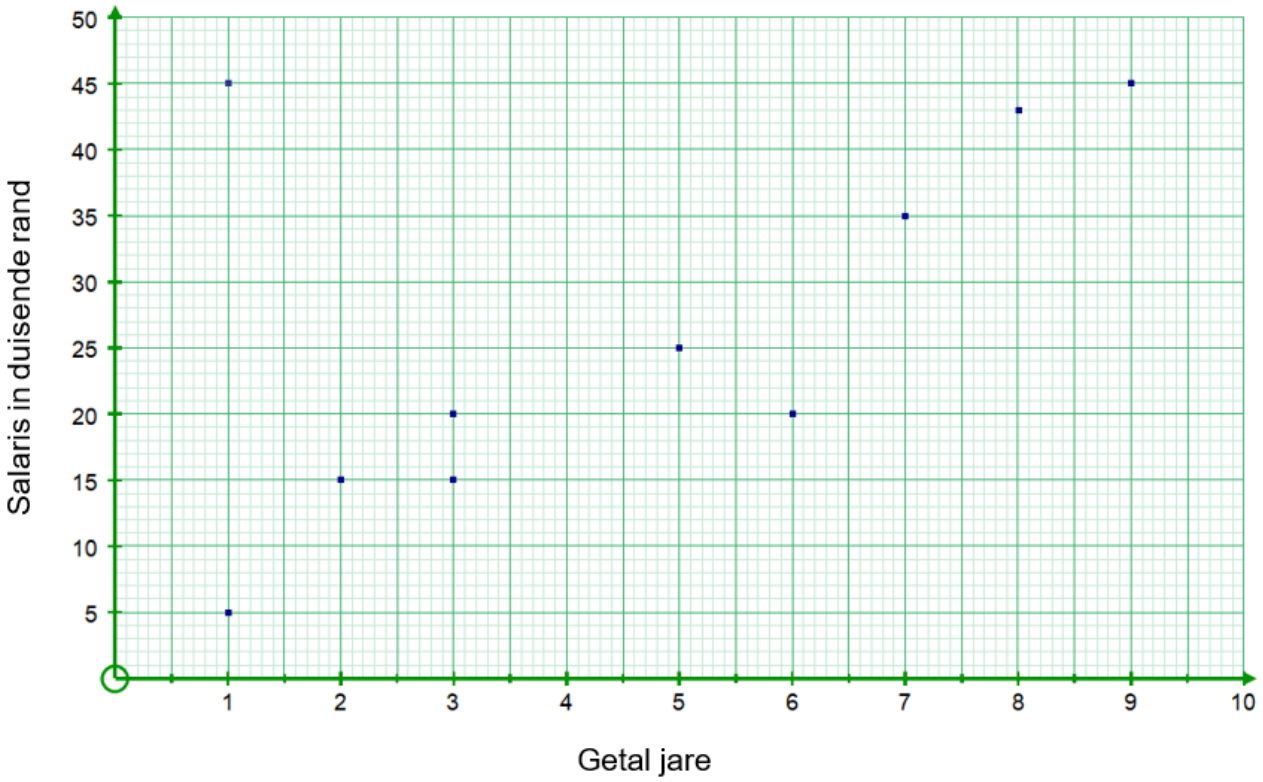
(3)
[9]

IEB Copyright © 2024

VRAAG 7

Die tabel en spreidingsdiagram hieronder toon die salarisse van 10 werknemers by 'n sekere maatskappy, waar x die getal jare is wat die werknemer by die maatskappy werk en y die salaris van die werknemer per maand in duisende rand.

x	1	1	2	3	3	5	6	7	8	9
y	45	5	15	20	15	25	20	35	43	45



(a) Gebruik jou sakrekenaar om die vergelyking van die lyn van beste passing in die vorm $y = A + Bx$ te bepaal.

(2)

(b) Teken die lyn van beste passing op die spreidingsdiagram hierbo en toon die y-afsnit en die koördinate $(\bar{x}\,;\bar{y})$.

(4)

IEB Copyright © 2024

(c) Gebruik jou antwoord in (b) en bepaal die salaris van 'n werknemer wat al 4 jaar by die maatskappy werk.

(2)

(d) Bereken die korrelasiekoëffisiënt vir die data hierbo.

(1)

(e) Omkring die uitskieter **op die grafiek**. (1)

(f) Bespreek die effek wat dit op die korrelasiekoeffisiënt sal hê indien hierdie uitskieter uit die data verwyder word.

(1)
[11]

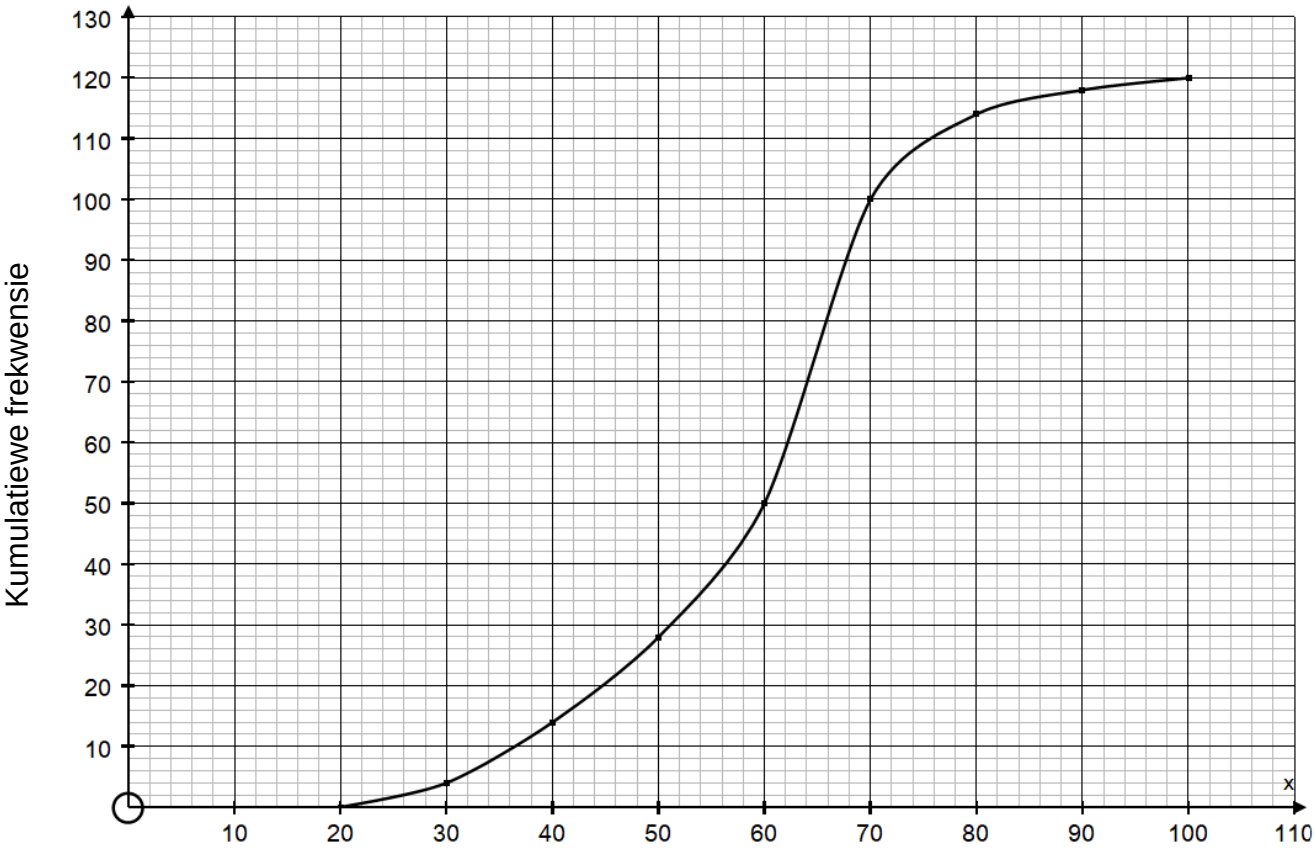
81 punte

IEB Copyright © 2024

AFDELING B

VRAAG 8

(a) Bestudeer die kumulatiewefrekwensie-kromme hieronder.



Indien die data vir die klasintervalle bokant 70 uit die kromme verwyder word, bepaal die verskil tussen die oorspronklike mediaan en die nuwe mediaan.

(3)

IEB Copyright © 2024

(b) Bestudeer die houer-en-punt-diagram.



Sal die gemiddelde groter of kleiner as die mediaan wees? Verduidelik.

(2)

(c) Drie getalle, 4, 8 en p, word gegee.

Beskou die tabel hieronder en bepaal vervolgens die numeriese waarde van p en die standaardafwyking van die drie getalle.

x	$x-\bar{x}$	$\left(x-\bar{x}\right)^2$
4	–3	
8		
p		

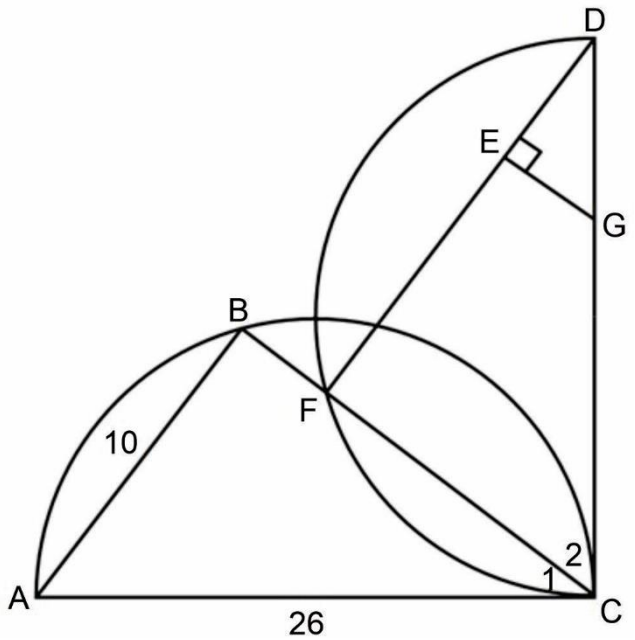
(4)
[9]

IEB Copyright © 2024

VRAAG 9

Gegee:

- Twee gelyke halfsirkels.
- AC = CD = 26 eenhede.
- AB = 10 eenhede.
- AC en DC is raaklyne aan sirkels CFD en ABC onderskeidelik.
- $GE \perp FD$.



Gee alle relevante redes met jou bewerings.

(a) Bewys dat $EG \parallel FC$.

(3)

IEB Copyright © 2024

(b) Bewys dat $\Delta ABC \equiv \Delta CFD$ en vervolgens dat CF 10 eenhede is.

(6)

(c) Indien verder gegee word dat 3BA = 5DE, toon dat FE = 18 eenhede.

(2)

(d) Bepaal die waarde van GC.

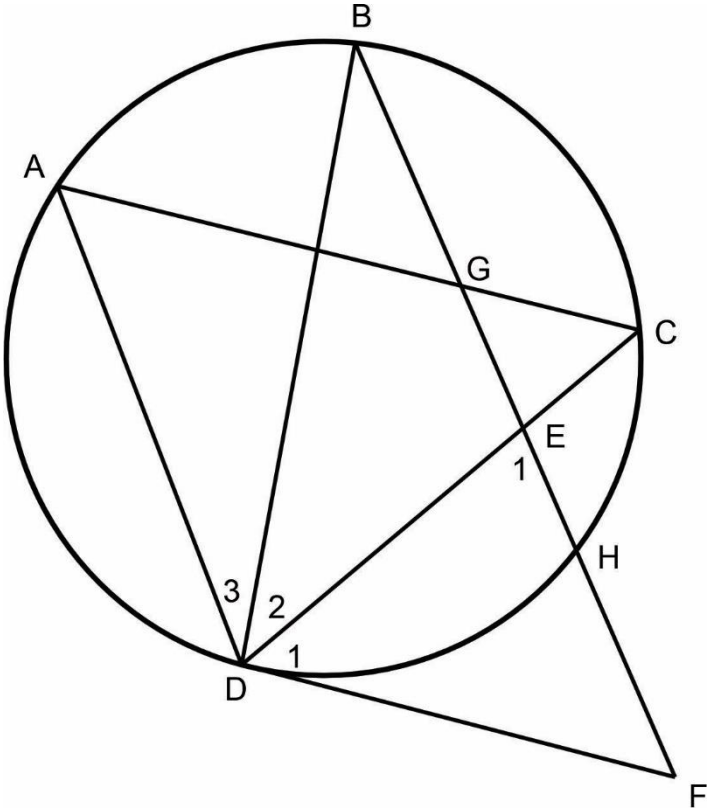
(3)
[14]

IEB Copyright © 2024

VRAAG 10

In die diagram:

- A, B, C, H en D lê almal op die omtrek van die sirkel.
- BGEHF is 'n reguitlyn.
- $\frac{AC}{DF}=\frac{CD}{FE}=\frac{AD}{DE}$



Gee alle relevante redes met jou bewerings.

(a) Gee 'n rede waarom $\Delta ACD \,|||\, \Delta DFE$.

(1)

IEB Copyright © 2024

(b) Bewys dat DF 'n raaklyn aan die sirkel is by D.

(2)

(c) Bewys dat GCFD 'n koordevierhoek is.

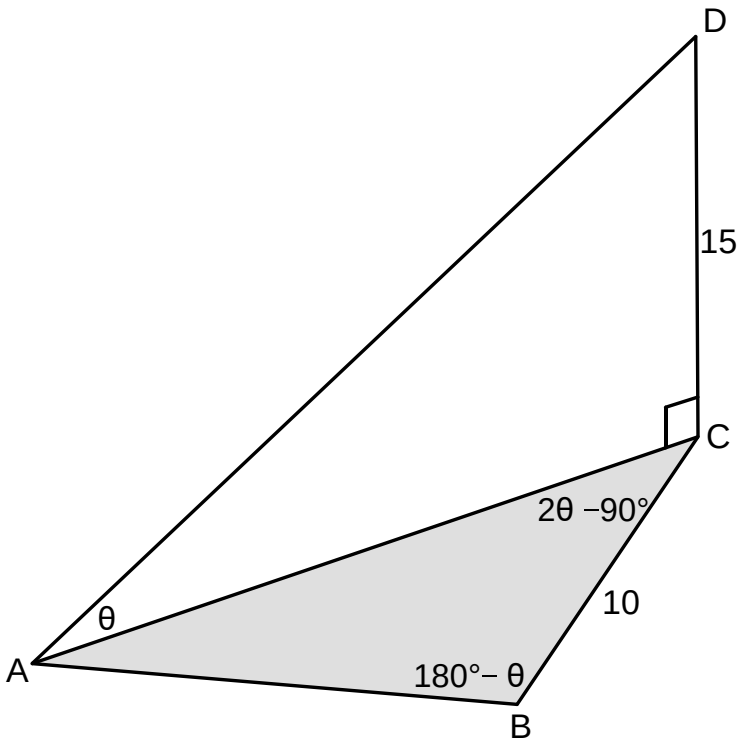
(2)
[5]

IEB Copyright © 2024

VRAAG 11

In die diagram:

- ΔABC is in die horisontale vlak met BC = 10 eenhede.
- $A\hat{C}B = 2\theta - 90°$ en $A\hat{B}C = 180° - \theta$.
- Die hellingshoek van A na D is θ.
- ΔACD is in die vertikale vlak met CD = 15 eenhede.



(a) Toon dat $AC = 10\tan\theta$.

(4)

IEB Copyright © 2024

(b) Bepaal vervolgens die grootte van θ indien $\theta \in [0°;90°]$.

(4)
[8]

VRAAG 12

(a) Bewys die volgende deur die fundamentele trigonometriese identiteite te gebruik:

$$\frac{\cos(360° - 2x) - \cos(180° + x)}{\sin 2x - \cos(90° - x)} = \frac{\cos x + 1}{\sin x}$$

(7)

IEB Copyright © 2024

(b) Bepaal die algemene oplossing vir:

$$\frac{\cos 2x + 1}{\sin 2x} = 1$$

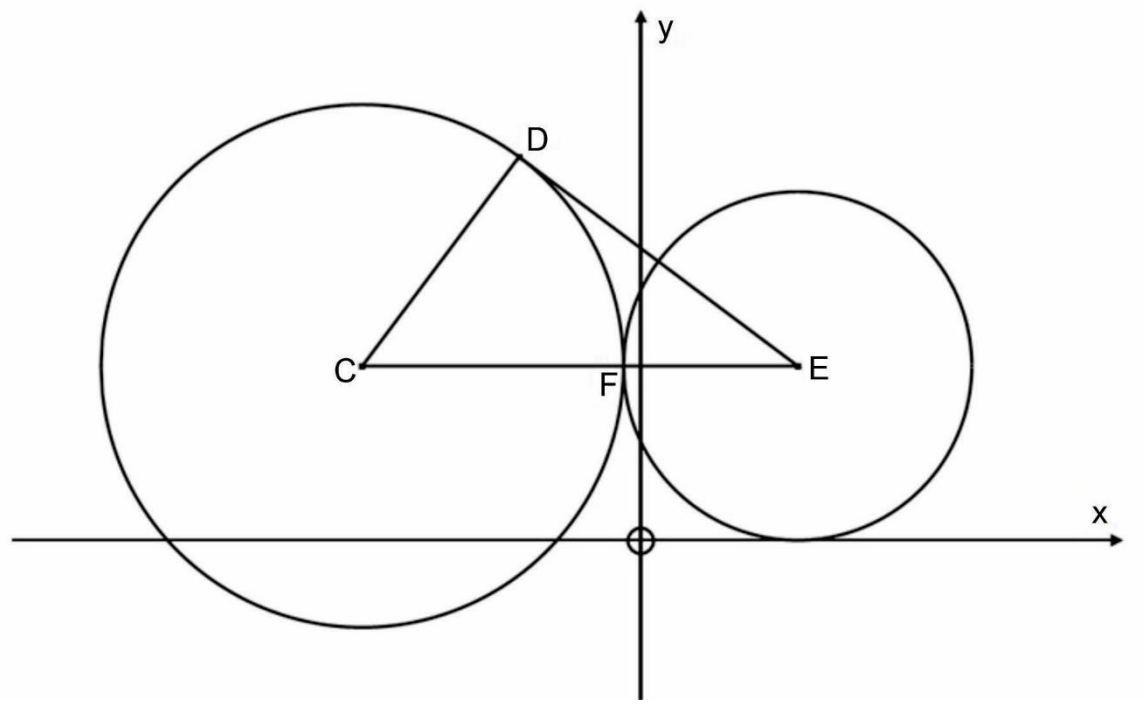
(7)
[14]

IEB Copyright © 2024

VRAAG 13

Gegee:

- Sirkel met middelpunt $C(a;b)$.
- Sirkel met middelpunt E het die vergelyking $(x-9)^2 + (y-10)^2 = r^2$.
- CE = 25 eenhede en is parallel aan die *x*-as.
- F is die raakpunt tussen die twee sirkels.



(a) Bepaal die koördinate van C. (3)

IEB Copyright © 2024

(b) Indien verder gegee word dat ED = 20 eenhede en 'n raaklyn aan die groter sirkel is by D, bepaal die vergelyking van die sirkel met middelpunt C.

(3)

(c) Bepaal die moontlike waardes van die radius (r) van sirkel E sodanig dat die twee sirkels mekaar nie sal raak of sny nie.

(2)
[8]

IEB Copyright © 2024

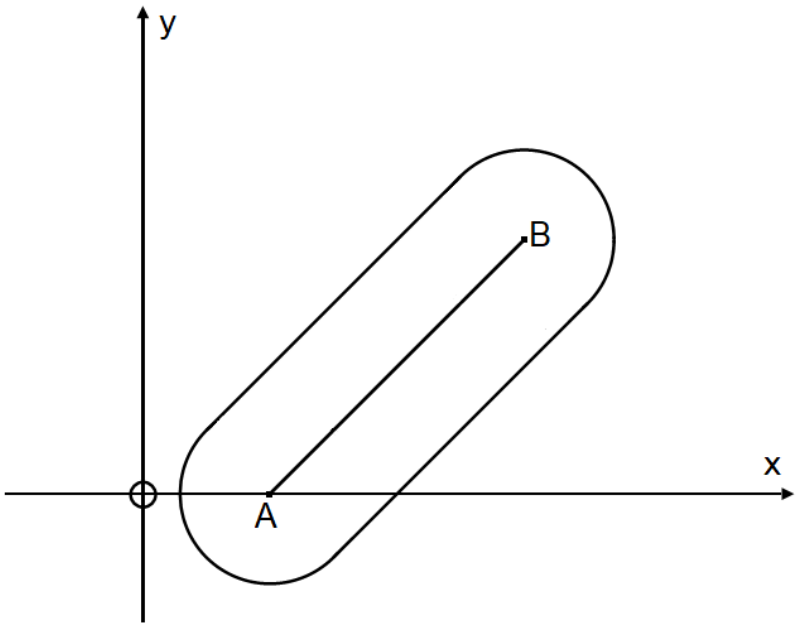
VRAAG 14

'n Stadion word in die Cartesiese vlak voorgestel.

> 'n Stadion is 'n tweedimensionele geometriese vorm wat gekonstrueer word uit 'n reghoek met halfsirkels by 'n paar teenoorstaande sye.

[Bron: <https://en.wikipedia.org/wiki/Stadium_(geometry)>]

Alle punte op die omtrek van die stadion is $2\sqrt{2}$ eenhede van die lyn AB af.
$A(4;0)$ en $B(12;8)$.



(a) Bepaal die koördinate van P en Q wat op die omtrek van die figuur lê en ewe ver van A en B af is.

(7)

IEB Copyright © 2024

(b) Bestudeer die definisie van 'n kapsule.

> 'n Kapsule, of wentelstadion, is 'n basiese driedimensionele geometriese vorm bestaande uit 'n silinder met hemisferiese ente.

[Bron: <https://en.wikipedia.org/wiki/Capsule_(geometry)>]

'n Kapsule word geskep wanneer die stadion in vraag (a) om die lyn AB wentel. Bepaal met behulp van die formule $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ die volume van hierdie kapsule in kubieke eenhede.

(4)
[11]

69 punte

Totaal: 150 punte

IEB Copyright © 2024

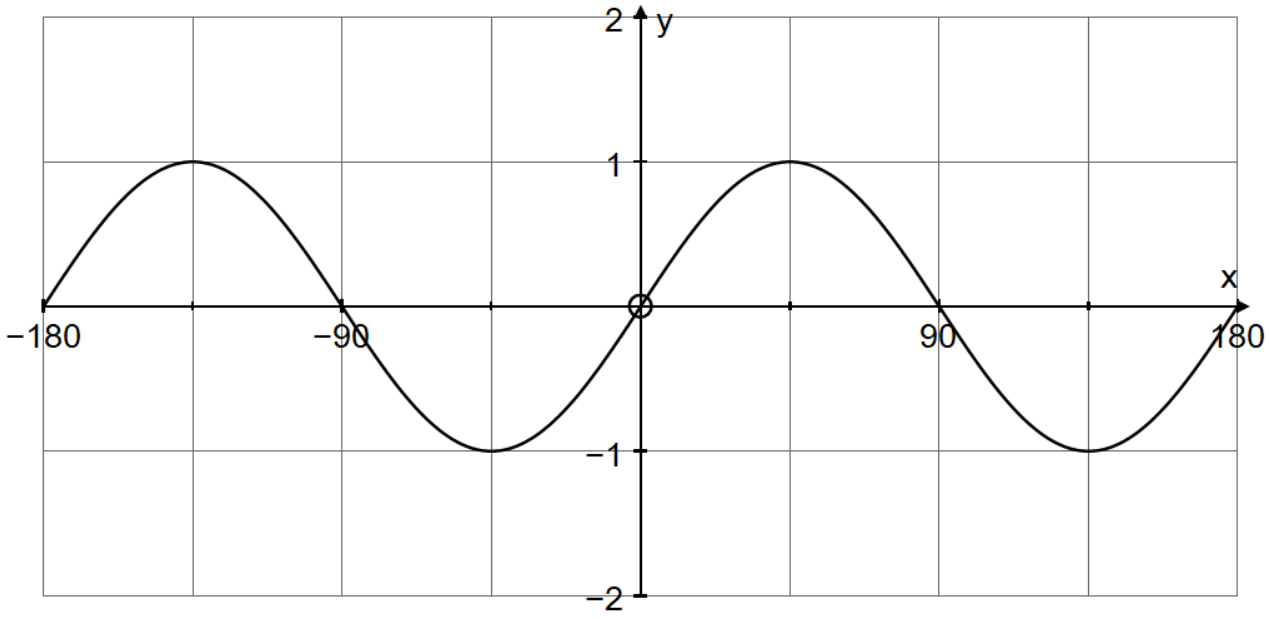
ADDISIONELE SPASIE (ALLE VRAE)

ONTHOU OM DUIDELIK BY DIE VRAAG AAN TE DUI DAT JY DIE BYKOMENDE SPASIE GEBRUIK HET OM TE VERSEKER ALLE ANTWOORDE WORD NAGESIEN.

IEB Copyright © 2024

EKSTRA GRAFIEKE

VRAAG 5 (c)



VRAAG 7



IEB Copyright © 2024