Plak asseblief die strepieskode-etiket hier	PUNTE-TOTAAL

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT-EKSAMEN
MEI 2023

WISKUNDE: VRAESTEL II

EKSAMENNOMMER													

Tyd: 3 uur 150 punte

LEES ASSEBLIEF DIE VOLGENDE INSTRUKSIES NOUKEURIG

1. Hierdie vraestel bestaan uit 32 bladsye en 'n Inligtingsblad van 2 bladsye (i–ii). Maak asseblief seker dat jou vraestel volledig is.
2. Lees die vrae noukeurig.
3. **Beantwoord AL die vrae op die vraestel en lewer dit aan die einde van die eksamen in. Onthou om jou eksamennommer in die spasie wat voorsien word, neer te skryf.**
4. Diagramme is nie noodwendig op skaal geteken nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde nieprogrammeerbare en niegrafiese sakrekenaar gebruik, tensy anders vermeld.
6. Maak seker dat jou sakrekenaar in **GRAAD**modus is.
7. Toon duidelik **ALLE** berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal. **Antwoorde alleen sal NIE noodwendig volpunte verdien nie.**
8. Rond af tot **EEN DESIMALE PLEK** tensy anders vermeld.
9. Dit is in jou eie belang om leesbaar te skryf en jou werk netjies aan te bied.
10. VIER blanko bladsye (bladsye 29–32) word aan die einde van die vraestel ingesluit. Gebruik hierdie bladsye indien jy te min spasie vir 'n vraag het. Toon die vraag-nommer van jou antwoord duidelik indien jy hierdie ekstra spasie gebruik.

SLEGS VIR KANTOORGEBRUIK: NASIENER MOET PUNTE INSKRYF

V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12	V13	V14	TOTAAL
10	10	15	10	11	8	6	10	5	16	16	13	8	12	/150

IEB Copyright © 2023

AFDELING A

VRAAG 1

Die data hieronder gee die jaarpunte (uit 100) wat deur 8 leerders in Wiskunde en Fisiese Wetenskap behaal is.

Wiskunde-punt (x)	67	77	26	99	49	38	56	58
Fisiese Wetenskap-punt (y)	75	83	32	94	61	44	65	68

(a) Gebruik jou sakrekenaar om die vergelyking vir die lyn van beste passing in die vorm $y = A + Bx$ te bepaal. **Gee jou antwoord korrek tot 3 desimale plekke.**

(3)

(b) (1) Bereken die korrelasiekoëffisiënt vir die data.

(1)

(2) Wat dui die korrelasiekoëffisiënt aan omtrent die verwantskap tussen die Wiskundejaarpunt en die Fisiese Wetenskapjaarpunt?

(2)

IEB Copyright © 2023

(c) Khaya het 70 vir sy Wiskundejaarpunt behaal. Gebruik die model in (a) om sy Fisiese Wetenskapjaarpunt te voorspel.

(2)

(d) Lewer kommentaar oor die akkuraatheid van die voorspelling in (c).

(2)
[10]

IEB Copyright © 2023

VRAAG 2

Die getal e-posboodskappe wat daagliks oor 'n tydperk van 50 dae deur 'n individu ontvang is, word in die tabel geïllustreer.

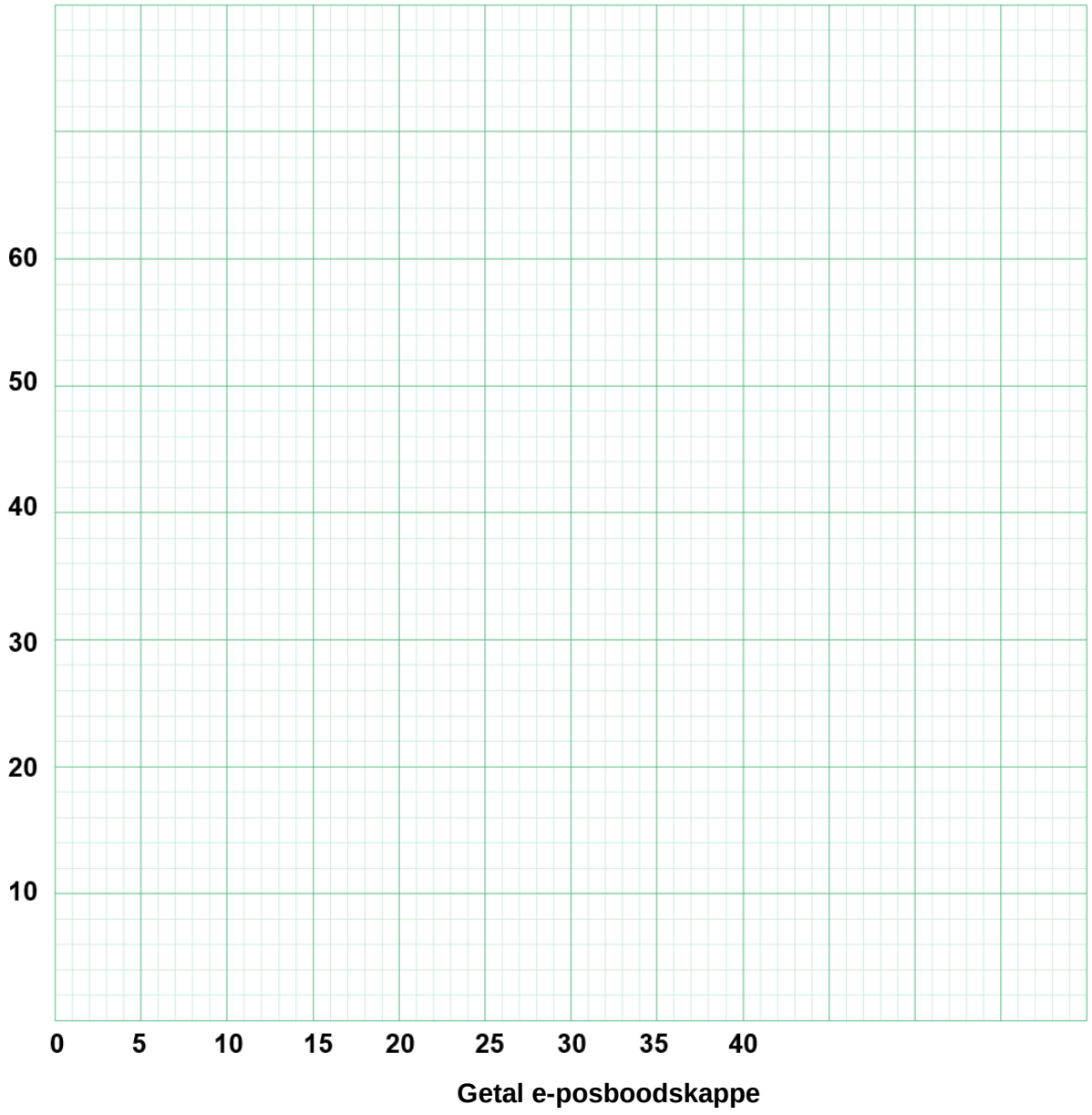
Getal e-posboodskappe (*x*)	**Frekwensie**
$0 < x \leq 10$	13
$10 < x \leq 20$	21
$20 < x \leq 30$	12
$30 < x \leq 40$	4

(a) Bepaal die geraamde gemiddeld van die data.

(3)

IEB Copyright © 2023

(b) Stel die data op 'n kumulatiewefrekwensiekromme (ogief) voor.



(5)

IEB Copyright © 2023

(c) Deur jou antwoord in (a) te gebruik, asook die mediaan te bepaal, sal jy die data as **positief** of **negatief** skeef beskryf? Verduidelik.

(2)
[10]

IEB Copyright © 2023

VRAAG 3

(a) Vereenvoudig sonder om 'n sakrekenaar te gebruik:

$$\sin(85°+\theta).\cos(25°+\theta)-\cos(85°+\theta).\sin(25°+\theta)$$

(2)

(b) Vereenvoudig: $\tan(-\theta).\sin(90°+\theta)+\dfrac{\sin 2\theta}{2\cos(360°+\theta)}$

(6)

(c) Gegee: $\cos x = p$ en $0° < x < 180°$
Druk elkeen van die volgende in terme van p uit:

(1) $\sin x$

(2)

IEB Copyright © 2023

(2) $\cos 2x$

(2)

(d) Bepaal die oplossing van $2\sin(x-30°)=\cos(x-30°)$.

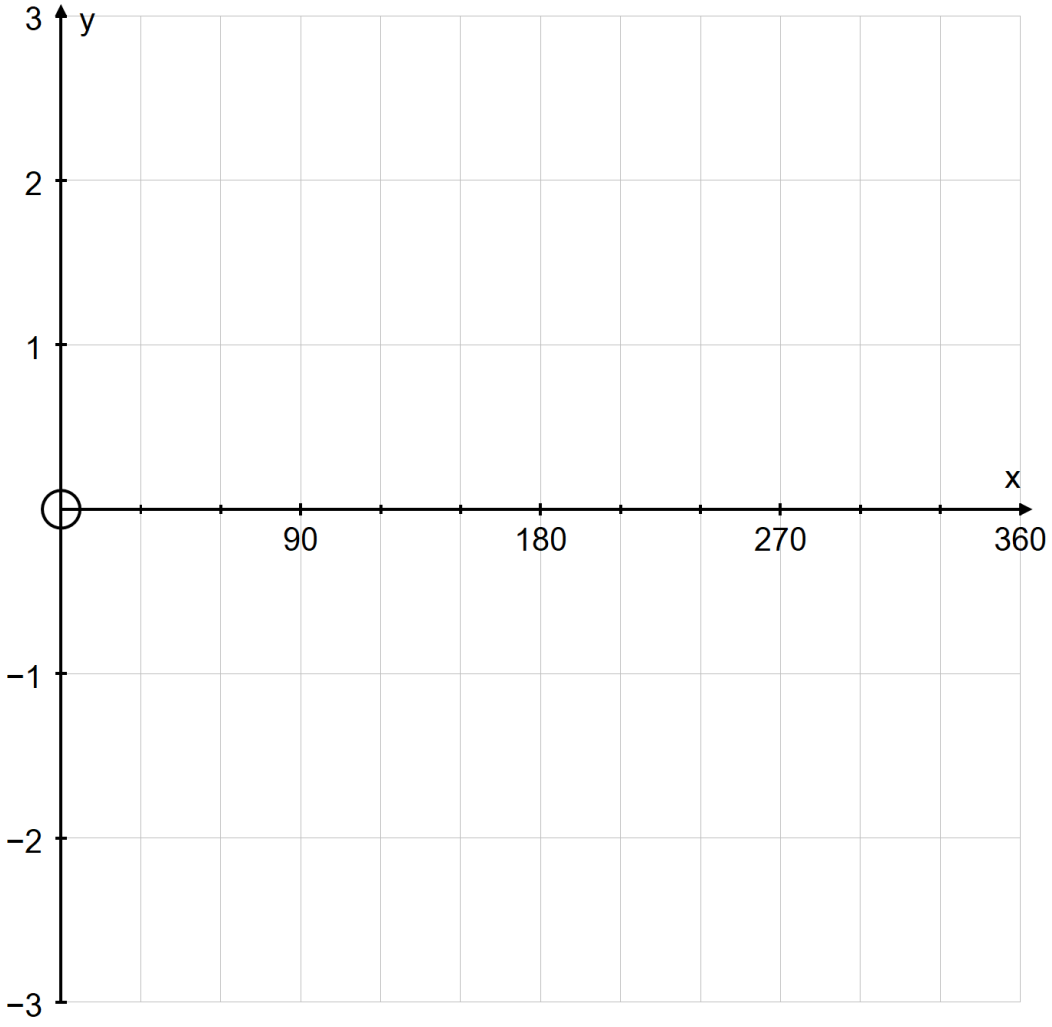
(3)
[15]

IEB Copyright © 2023

VRAAG 4

Gegee: $f(x) = 2\sin x$ en $g(x) = \cos(x + 30°)$ vir $x \in [0°;360°]$

(a) Skets die grafieke van f en g op dieselfde assestelsel hieronder.
Benoem alle afsnitte met die asse, draaipunte en eindpunte.



(6)

(b) Toon dat die grafiek van g as $g(x)=\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}\cos x-\sin x\right)$ geskryf kan word.

(2)

(c) Dui die waardes van x waarvoor $4\sin x=\sqrt{3}\cos x-\sin x$ duidelik op jou grafiek aan.

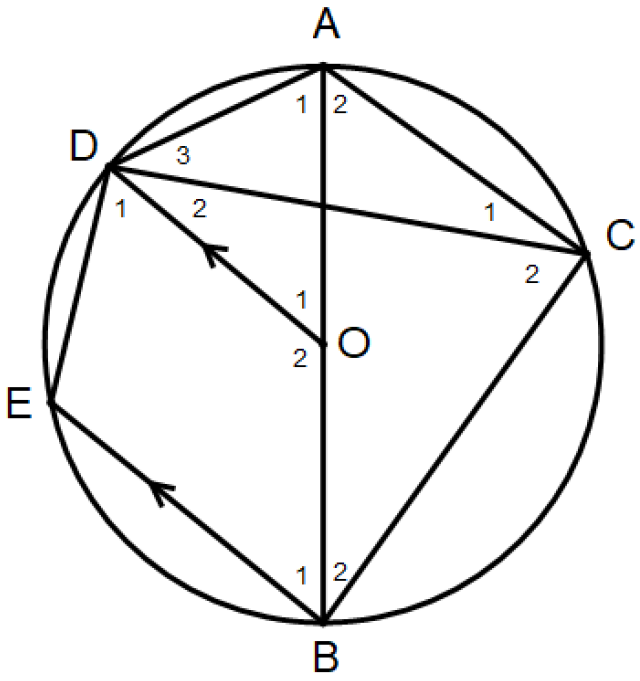
(2)
[10]

IEB Copyright © 2023

VRAAG 5

In die diagram:

- AB is die middellyn van die sirkel met middelpunt O.
- D en E is punte op die sirkel sodat DO // EB.
- C is 'n punt op die sirkel soos getoon.
- $\hat{O}_1 = 40°$



Noem alle relevante redes vir jou bewerings.

(a) Bepaal: $\hat{A}_1$

(2)

(b) Bepaal: $\hat{E}$

(2)

IEB Copyright © 2023

(c) Bepaal: $\hat{C}_1$

(2)

(d) Bepaal: $\hat{B}_1$

(1)

(e) Indien AE gekonstrueer word en DO by F sny, bepaal die lengte van AE indien die middellyn van die sirkel 9 eenhede is.

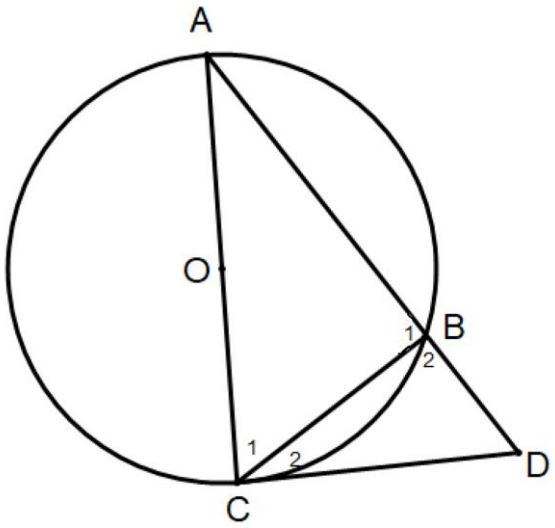
(4)
[11]

IEB Copyright © 2023

VRAAG 6

In die diagram:

- AC is 'n middellyn van die sirkel met middelpunt O.
- B is 'n punt op die sirkel en AB word verleng na D sodat DC 'n raaklyn aan die sirkel is by C.
- $AB = 5$ eenhede
- $BD = 4$ eenhede
- $\hat{C}_2 = x$



(a) Bepaal $\hat{A}$ in terme van x.

(2)

(b) Bewys dat $\Delta CBD \text{ /// } \Delta ACD$.

(3)

(c) Bepaal die lengte van die raaklyn CD.

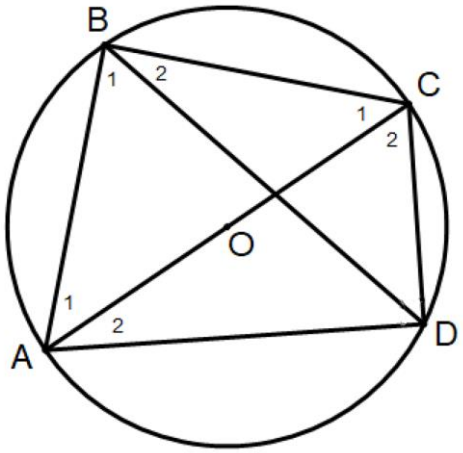
(3)
[8]

IEB Copyright © 2023

VRAAG 7

In die diagram:

- AC is 'n middellyn van die sirkel met middelpunt O.
- BD is 'n koord van die sirkel.
- $\hat{B}_1 = 67,5°$
- $\hat{C}_1 = 45°$



(a) Is ΔABC 'n gelykbenige driehoek? Verduidelik.

(3)

(b) Bewys: $\hat{A}_1 = 2 \times \hat{A}_2$

(3)
[6]

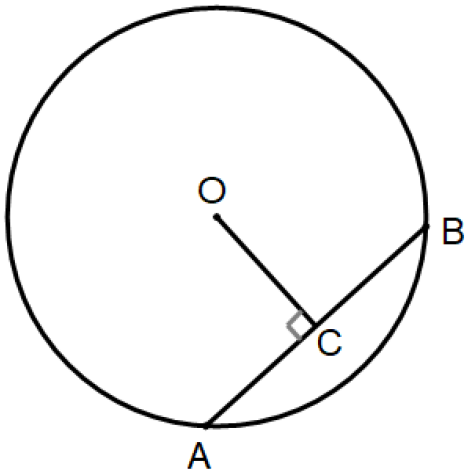
70 punte

IEB Copyright © 2023

AFDELING B

VRAAG 8

(a) Gebruik die diagram hieronder om die stelling te bewys wat lui dat **'n lyn wat van die middelpunt van 'n sirkel loodreg op 'n koord getrek word**, **die koord halveer**.



Te bewys: AC = CB

Konstruksie:

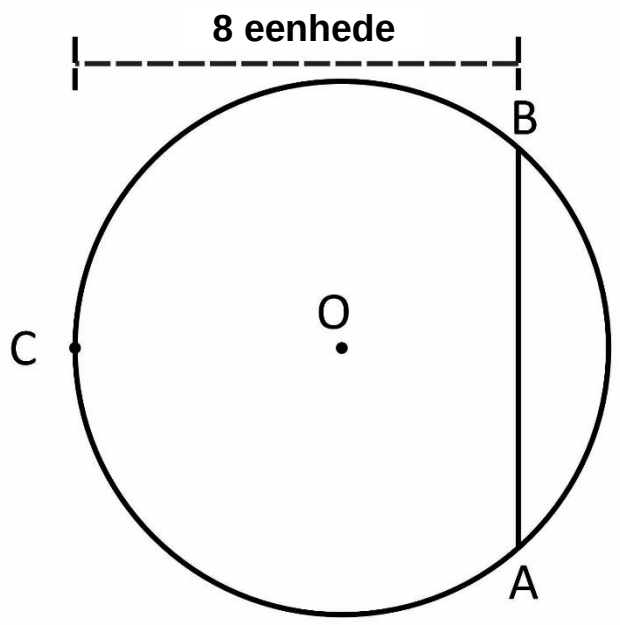
Bewys:

(5)

IEB Copyright © 2023

(b) In die diagram:

- O is die middelpunt van die sirkel.
- Koord AB = 8 eenhede.
- Die loodregte afstand van die verste punt C op die sirkel na koord AB is 8 eenhede.



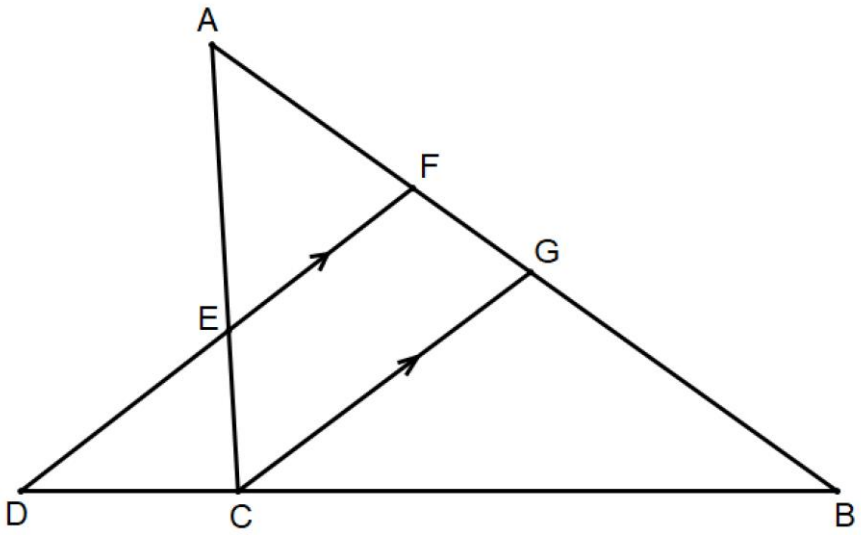
Bepaal die radius van die sirkel met middelpunt O.

(5)
[10]

VRAAG 9

In die diagram word ΔABC geteken.

- E en F is punte op AC en AB onderskeidelik, sodat $\frac{AE}{EC}=\frac{3}{2}$ en $\frac{AF}{FB}=\frac{2}{5}$.
- BC verleng ontmoet FE verleng in D.
- G is 'n punt op FB sodat FD // GC.



Bereken met redes: $\frac{BC}{CD}$

[5]

IEB Copyright © 2023

VRAAG 10

(a) (1) Indien f 'n enkele trigonometriese funksie is en $\frac{\sin\theta\cos 2\theta}{\sin 2\theta} \div \left(\tan\theta - \frac{1}{\tan\theta}\right) = af(\theta)$, bepaal die konstante a en die trigonometriese funksie $f(\theta)$.

(6)

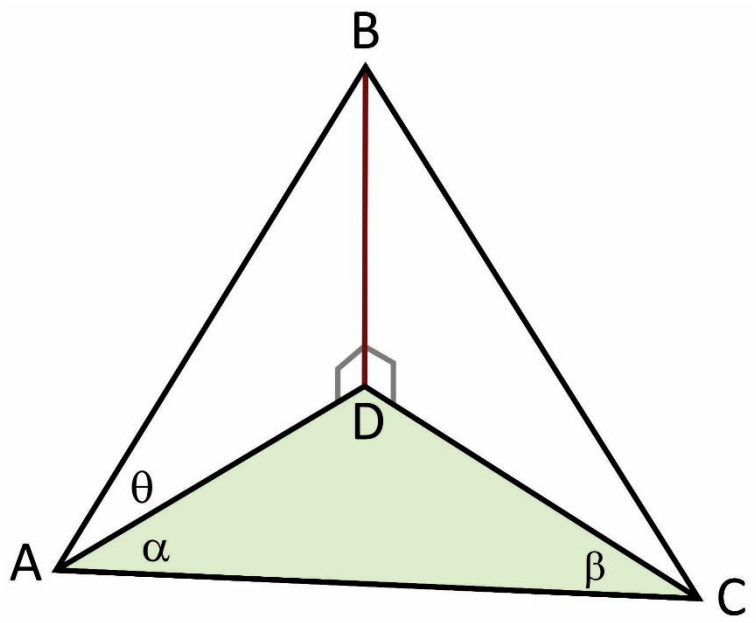
(2) Bepaal die waardes van $\theta \in [0°;360°]$ waarvoor die identiteit in (a)(1) nie geldig is nie.

(5)

IEB Copyright © 2023

(b) In die diagram hieronder:

- ADC verteenwoordig 'n horisontale driehoekige veld.
- BD verteenwoordig 'n vertikale gebou wat op ADC staan by D.
- $AC = 120$ meter.
- $D\hat{A}C = \alpha$
- $A\hat{C}D = \beta$
- Die hoogtehoek van B vanaf A is θ.



Bepaal die hoogte van die gebou BD in terme van α, β en θ. Vereenvoudig jou antwoord.

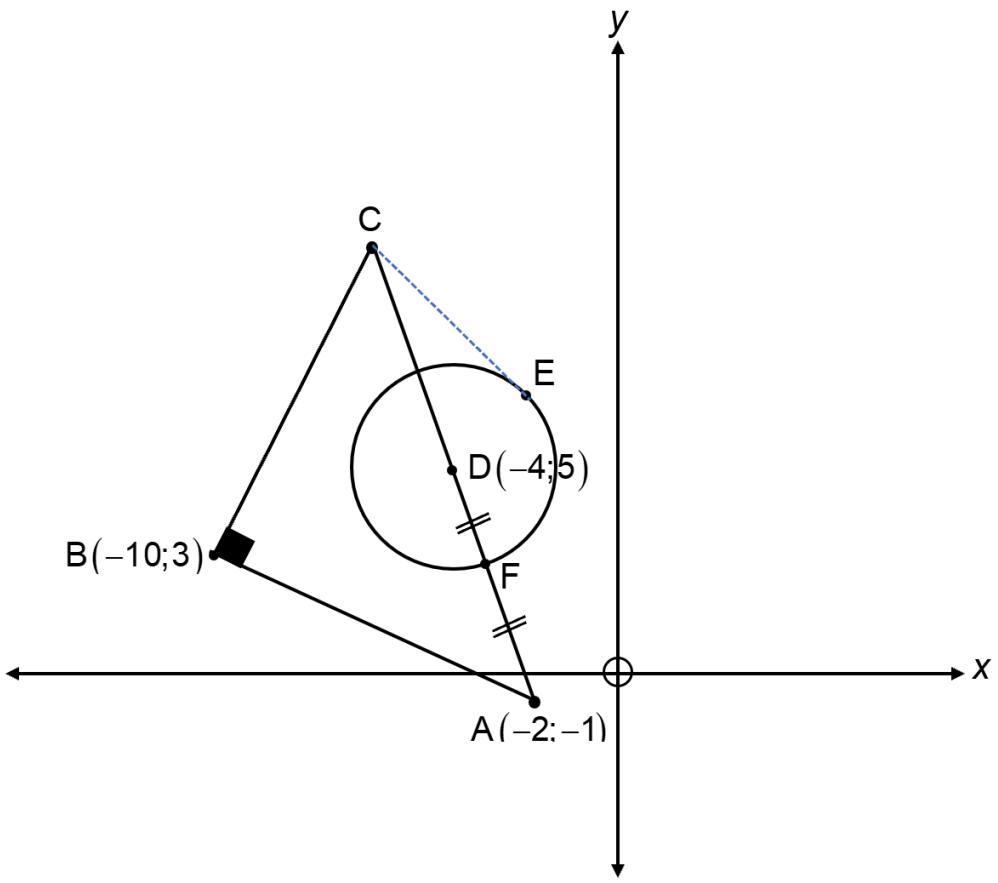
(5)
[16]

IEB Copyright © 2023

VRAAG 11

In die diagram word ΔABC geteken met $A(-2;-1)$ en $B(-10;3)$.

- $D(-4;5)$ is die middelpunt van die sirkel.
- ADC sny die sirkel by F met AF = FD.
- E is 'n punt op die sirkel sodat CE 'n raaklyn aan die sirkel by E is.
- $BC \perp AB$



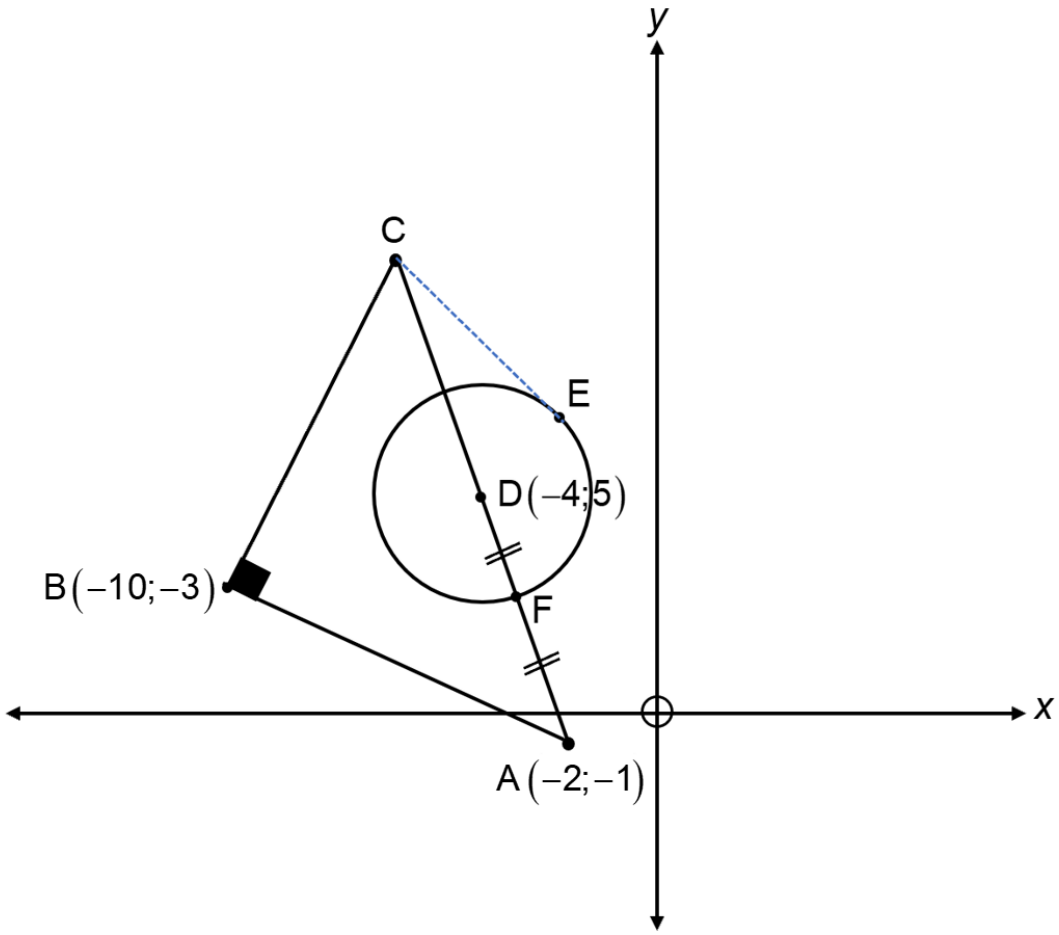
(a) Bepaal die vergelyking van die sirkel met middelpunt D.

(5)

(b) Bepaal die koördinate van C.

(7)

IEB Copyright © 2023



(c) Bepaal die lengte van die raaklyn CE indien gegee word dat die koördinate van C $(-6;11)$ is.

(4)
[16]

VRAAG 12

Die vergelyking van die sirkel met middelpunt P word gegee as $x^2 - 14x + y^2 - 2y = -46$.

(a) Bepaal die middelpunt en radius van die sirkel met middelpunt P.

(3)

(b) Punt $A\left(6;\sqrt{3}+1\right)$ lê op die sirkel. Bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel by A.

(4)

(c) Beskou die punt $B\left(8;-\sqrt{3}+1\right)$.

(1) Lê punt B op die sirkel? Verduidelik.

(3)

(2) Is AB die middellyn van die sirkel? Verduidelik.

(3)
[13]

IEB Copyright © 2023

VRAAG 13

In Diagram 1 hieronder is ABCD die reghoekige basis van een gedeelte van die dak van 'n hut in die berge in Lesotho. Die gelykbenige driehoek BEC vorm 'n ander gedeelte van die dak.

- $AB = 12$ cm
- $AD = 8$ cm
- $EM = 6$ cm
- $BE = CE$

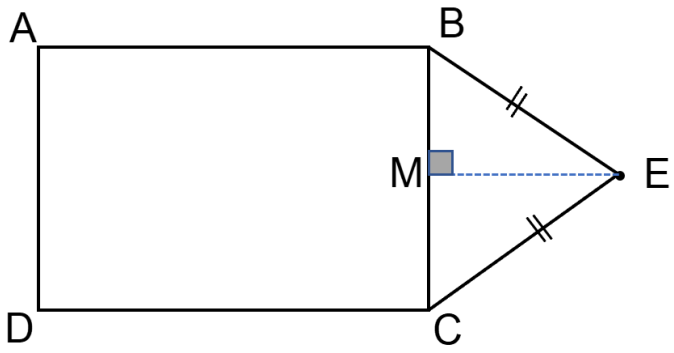
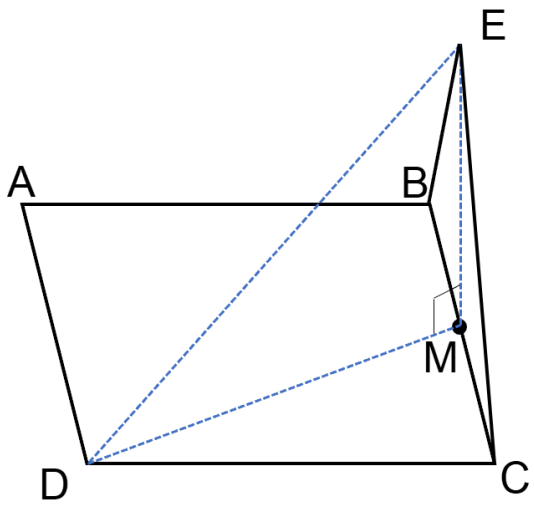


Diagram 1

In Diagram 2 hieronder, word ΔBEC van Diagram 1 langs BC boontoe gevou sodanig dat dit loodreg op die basis ABCD is.

Diagram 2



(a) Wanneer die dak voltooi is, moet $B\hat{E}C$ kleiner wees as $65°$ om te verhoed dat sneeu op die dak opbou. Bepaal of sneeu op die dak sal opbou of nie.

(3)

IEB Copyright © 2023

(b) Bepaal $D\hat{E}C$ soos in Diagram 2 getoon.

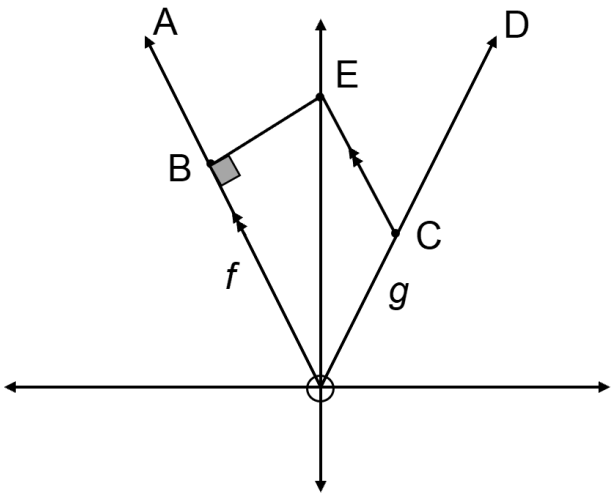
(5)
[8]

IEB Copyright © 2023

VRAAG 14

In die diagram:

- O verteenwoordig die oorsprong.
- A is 'n punt op die lyn met vergelyking $f(x) = -2x$.
- B is 'n punt op OA sodat $\text{OB} = \sqrt{125}$ eenhede.
- E is 'n punt op die *y*-as sodat EB loodreg is op OA.
- D is 'n punt op die lyn met vergelyking $g(x) = 2x$.
- C is 'n punt op OD sodat EC ewewydig aan OA is.



(a) Bepaal die koördinate van B.

(4)

(b) Indien $B(-5;10)$ gegee word, bepaal die oppervlakte van die trapesium OBEC.

(8)
[12]

80 punte

Totaal: 150 punte

IEB Copyright © 2023

BYKOMENDE SPASIE (ALLE VRAE)

ONTHOU OM DUIDELIK BY DIE VRAAG AAN TE DUI DAT JY DIE BYKOMENDE SPASIE GEBRUIK HET OM TE VERSEKER ALLE ANTWOORDE WORD NAGESIEN.

IEB Copyright © 2023

IEB Copyright © 2023

IEB Copyright © 2023

IEB Copyright © 2023